

含中介轴承内圈局部缺陷的双转子系统的组合共振特性

伊海铭, 侯磊, 高朋, 韩清扬
(哈尔滨工业大学 航天学院, 哈尔滨 150001)

摘 要: 针对航空发动机双转子系统建立简化的动力学模型,在考虑中介轴承非线性 Hertz 接触力和径向游隙等非线性因素的情况下,将中介轴承内圈局部缺陷模拟成倒置的等腰梯形凹槽,利用 4 阶 Runge-Kutta 法进行数值计算,得到系统的分岔图,并着重分析分岔区域的组合共振特性,结果表明:相较于无故障系统,该系统在分岔图上出现三个新的分岔区域,前两个分岔区域是由内圈故障特征频率与高低压转子的转频形成的组合频率诱发的组合共振引起的,第三个是由内圈故障特征频率诱发共振引起的,在分岔区域内,系统运动的周期性的变化规律表现为从近似单周期运动到概周期运动再到近似单周期运动。

关 键 词: 双转子系统; 中介轴承; 局部缺陷; 组合共振特性; 非线性共振

中图分类号: V231.96 **文献标志码:** A

Combination resonance characteristics of a dual-rotor system with a local defect of inter-shaft bearing inner ring

YI Haiming, HOU Lei, GAO Peng, HAN Qingyang
(School of Astronautics,
Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

Abstract: A simplified dynamic model of aero-engine with dual-rotor system was established. Considering the non-linear factors such as Hertz contact force and radial clearance of the intermediate bearing, the local defect of the inner ring of the inter-shaft bearing was simulated as an inverted isosceles trapezoidal groove. The Runge-Kutta method of order 4 was used to simulate the fault system and draw the bifurcation diagram. The combination resonance characteristics of the bifurcation region were analyzed emphatically, and the results showed that there were three bifurcation regions in the bifurcation diagram of a dual-rotor system with local defect of inter-shaft bearing. Vibration response analysis showed that the first two bifurcation phenomena were caused by the combined resonance of inner-ring fault, and the last bifurcation phenomenon was caused by the induced resonance of inner-ring fault. In the bifurcation region, the periodicity of system motion would change correspondingly,

收稿日期:2019-11-27

基金项目:国家科技重大专项(2017-IV-0008-0045); 国家自然科学基金(11972129,11602070); 中国博士后科学基金(2018T110282)

作者简介:伊海铭(1997—),男,硕士生,主要从事非线性动力学与振动控制研究。

引用格式:伊海铭,侯磊,高朋,等.含中介轴承内圈局部缺陷的双转子系统的组合共振特性[J].航空动力学报,2020,35(9):1964-1976. YI Haiming, HOU Lei, GAO Peng, et al. Combination resonance characteristics of a dual-rotor system with a local defect of inter-shaft bearing inner ring[J]. Journal of Aerospace Power, 2020, 35(9): 1964-1976.

mainly from approximate single-periodic motion to almost periodic motion and then to approximate single-periodic motion.

Key words: dual-rotor; inter-shaft bearing; a local defect; combination resonance characteristics; nonlinear vibration

在双转子航空发动机中,中介轴承支撑于高、低压转子之间,且承载环境恶劣,极易出现磨损、划伤、疲劳剥落等局部缺陷,若未及时诊断,很容易造成中介轴承失效,引发安全事故,具有极大的危害性^[1],因此对含中介轴承局部缺陷的双转子系统的非线性振动分析十分必要。

在对含中介轴承故障双转子系统的研究中,建立合理的动力学简化模型是理论研究的基础,孙传宗等^[2]建立了双转子系统三维实体有限元模型,通过 Craig-Bampton 模态综合法对系统模型进行缩减,并证明了缩减模型在临界转速和固有频率计算上的准确性,其结果有利于快速求解双转子系统的临界转速;路振勇等^[3]建立了一个高压转子二支点、低压转子四支点的六点支承双转子系统复杂离散动力学模型,并运用质心集中法又得到两个简化模型,通过对比三个模型的临界转速,验证了简化模型的准确性;邓四二等^[4]将中介轴承简化成一个弹性支承,将支撑轴承等价成一个支撑弹簧和阻尼,建立了简化的双转子模型,并利用有限元法将高、低速转子分别划分为 10 个和 9 个单元对运动方程进行求解,着重对系统动态性能进行分析;罗贵火等^[5]在考虑了中介轴承非线性刚度的条件下,建立了简化的高低压转子反向旋转双转子系统的非线性动力学模型,运用分岔图研究了系统的非线性特性,着重分析了转速、径向游隙、高低压转子不平衡量对系统非线性特性的影响;赵明等^[6]建立了具有畸形结构的双转子系统简化模型,并利用模态综合法分析双转子系统的临界转速,评价复杂转子在各种条件下的模态综合质量,在提高模态综合质量方面具有一定参考价值;陈果^[7]建立了双转子-支承-机匣系统耦合动力学模型,在耦合模型中利用有限元法进行建模,并在考虑滚动轴承和挤压油膜阻尼非线性的情况下,运用 Newmark- β 法与改进的 Newmark- β 法相结合的数值积分方法获取系统非线性动力学响应;缪辉等^[8]建立了一个四点支承、四个转盘且含支座的双转子系统有限元模型,并利用 ANSYS 计算分析了支座对系统临界转

速、主振型和不平衡响应的影响;张大义等^[9]利用集中质量法建立了双转子系统简化模型,将有限元法和振型筛选法相结合,提出了适用于工程的临界转速分析方法,并结合算例详细论述了完全法和缩减法的求解过程;廖明夫等^[10]建立了简支对称及带弹支和阻尼器的双转子模型,可用于分析支承刚度、阻尼以及中介轴承对双转子系统的影响,适用于解析方法分析,明晰地揭示了双转子的运动规律。

对于轴承局部缺陷的模拟,McFadden 等^[11]考虑了轴承的几何形状、传递函数、振动衰减和载荷分布等因素,将滚动轴承内圈单点缺陷在径向载荷作用下的模型推广到多点缺陷,并进行了验证;徐可君等^[12]建立在内、外圈分别与高、低速转子联接的两种支承形式下,滚动体含有单一故障缺陷的中介轴承动力学模型,对仅在滚动体上出现缺陷进行了研究,同时对比研究了不同支承形式及内、外圈不同旋转方向对中介轴承振动影响;徐可君等^[13]又基于弹性接触理论,建立了内圈具有单一局部缺陷的四自由度中介轴承动力学模型,研究了轴承振动响应的有量纲参数和无量纲参数随缺陷大小,内、外圈转速和径向外载荷变化的规律;Brie^[14]针对轴承故障引起的准周期信号进行建模及理论研究,发现理论推导和实际故障诊断的固有频率有差异,并提出了两种解释方法;Patil 等^[15]建立了一个用于预测局部缺陷的球轴承模型,利用 Hertz 接触力表示轴承力,研究了故障轴承的非线性振动响应,并进行了实验验证;Patel 等^[16]建立了轴承内、外圈出现单一及多个局部缺陷的动力学模型,并在考虑轴承滚珠、内外圈等质量的情况下进行仿真模拟,模拟结果与实验结果拟合良好;田晶等^[17]建立了一种考虑时变位移激励的四自由度中介轴承外圈故障动力学模型,研究了外圈存在故障时的振动响应,得到了响应规律;田晶等^[18]又在考虑弹流润滑影响和时变位移激励的情况下,提出了一种带局部缺陷的中介轴承动力学建模方法,并结合实验研究,验证了对中介轴承

外圈故障建模的准确性;孙明伟等^[19]以单转子系统为研究对象,着重研究了含碰摩、松动、裂纹耦合故障时系统的周期、拟周期以及混沌现象;高朋等^[20]建立了一个四点支承的双转子系统简化模型,将中介轴承缺陷模拟为恒定深度和跨度的凹槽,并着重分析了外圈故障下系统的幅频特性和产生机理。

通过以上分析,双转子系统的动力学建模方法已基本形成体系,单纯对中介轴承局部缺陷的建模分析也已取得较多成果,但对于含中介轴承局部缺陷的双转子系统非线性动力学特性的研究,尤其是对其组合共振特性的研究还有待加强。本文针对含中介轴承局部缺陷的双转子系统,提出一种采用倒置的等腰梯形凹槽模拟中介轴承局部缺陷的建模方法,并结合系统分岔图着重对故障系统的组合共振特性展开研究,旨在揭示含中介轴承局部缺陷的双转子系统分岔区域的组合共振响应特征,为中介轴承故障机理研究奠定基础,为相关故障诊断提供理论指导。

1 含中介轴承局部缺陷的双转子系统动力学建模

1.1 双转子系统动力学建模

本文采用文献[20]建立的四点支承、八自由度的双转子发动机简化模型,如图 1 所示。

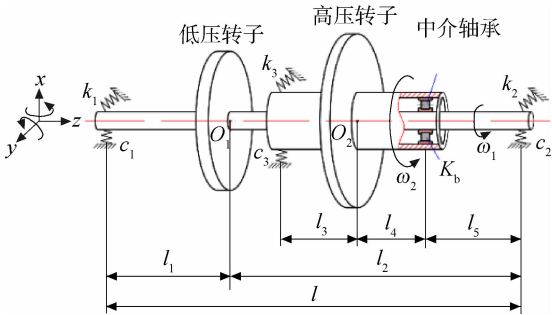


图 1 双转子系统简化模型^[20]

Fig. 1 Simplified model of dual-rotor system^[20]

在简化模型中,将固定低压转子轴两端和高压转子轴一端的支承轴承力做线性化处理,分别简化为线弹性力和阻尼力,中介轴承为圆柱滚子轴承,支承于高、低压转子之间,考虑其 Hertz 接触力、径向游隙等非线性因素。在此基础上,可以得到系统的动能、势能、瑞利耗散能以及广义虚功,具体表达形式如下:

系统动能

$$T = \frac{1}{2}m_1(\dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2) + \frac{1}{2}J_{d_1}(\dot{\alpha}_x^2 + \dot{\alpha}_y^2) + \frac{1}{2}J_{p_1}(\omega_1^2 - 2\omega_1\alpha_x\dot{\alpha}_y) + \frac{1}{2}m_2(\dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2) + \frac{1}{2}J_{d_2}(\dot{\beta}_x^2 + \dot{\beta}_y^2) + \frac{1}{2}J_{p_2}(\omega_2^2 - 2\omega_2\beta_x\dot{\beta}_y) \tag{1}$$

系统势能

$$V = \frac{1}{2}k_1[(x_1 - \alpha_y l_1)^2 + (y_1 + \alpha_x l_1)^2] + \frac{1}{2}k_2[(x_1 + \alpha_y l_2)^2 + (y_1 - \alpha_x l_2)^2] + \frac{1}{2}k_3[(x_2 - \beta_y l_3)^2 + (y_2 + \beta_x l_3)^2] + m_1 g x_1 + m_2 g x_2 \tag{2}$$

瑞利耗散能

$$D = \frac{1}{2}c_1[(\dot{x}_1 - \dot{\alpha}_y l_1)^2 + (\dot{y}_1 + \dot{\alpha}_x l_1)^2] + \frac{1}{2}c_2[(\dot{x}_1 + \dot{\alpha}_y l_2)^2 + (\dot{y}_1 - \dot{\alpha}_x l_2)^2] + \frac{1}{2}c_3[(\dot{x}_2 - \dot{\beta}_y l_3)^2 + (\dot{y}_2 + \dot{\beta}_x l_3)^2] \tag{3}$$

广义力虚功

$$\delta W = m_1 \omega_1^2 e_1 [\cos(\omega_1 t) \delta x_1 + \sin(\omega_1 t) \delta y_1] - F_x \{ [\delta x_1 + \delta \alpha_y (l_2 - l_5)] - (\delta x_2 + \delta \beta_y l_4) \} + m_2 \omega_2^2 e_2 [\cos(\omega_2 t) \delta x_2 + \sin(\omega_2 t) \delta y_2] - F_y \{ [\delta y_1 - \delta \alpha_x (l_2 - l_5)] - (\delta y_2 - \delta \beta_x l_4) \} \tag{4}$$

在上述表达式中, x 、 y 分别表示转子质心在水平方向和竖直方向的位移, m 、 e 、 ω 、 J_p 、 J_d 分别表示转子转盘质量、转子的偏心距、转子的转速、转子极向转动惯量、转子绕直径的转动惯量,其中下标为 1 的参数代表低压转子相关参数,下标为 2 的参数代表高压转子相关参数; α_x 、 β_x 分别表示低、高压转子绕 x 轴转动的角度; α_y 、 β_y 分别表示低、高压转子绕 y 轴的转动角度; k_i 、 c_i 分别表示线弹性支承轴承的刚度系数和阻尼系数(其中 $i = 1, 2, 3$); F_x 、 F_y 分别表示在水平和竖直方向中介轴承的弹性恢复力; l 、 l_1 、 l_2 、 l_3 、 l_4 、 l_5 分别表示图 1 中对应的转轴长; g 表示重力加速度; t 表示振动时间。

对于这个非保守系统,由第二类拉格朗日方程

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial V}{\partial q_i} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_i} = \frac{\delta W}{\delta q_i} \tag{5}$$

将式(1)~式(4)代入式(5)中得系统的振动方程组如下:

$$\left\{ \begin{aligned} &m_1 \ddot{x}_1 + k_1(x_1 - \alpha_y l_1) + k_2(x_1 + \alpha_y l_2) + c_1(\dot{x}_1 - \dot{\alpha}_y l_1) + c_2(\dot{x}_1 + \dot{\alpha}_y l_2) = m_1 \omega_1^2 e_1 \cos(\omega_1 t) - F_x - m_1 g \\ &m_1 \ddot{y}_1 + k_1(y_1 + \alpha_x l_1) + k_2(y_1 - \alpha_x l_2) + c_1(\dot{y}_1 + \dot{\alpha}_x l_1) + c_2(\dot{y}_1 - \dot{\alpha}_x l_2) = m_1 \omega_1^2 e_1 \sin(\omega_1 t) - F_y \\ &J_{d_1} \ddot{\alpha}_x + J_{p_1} \omega_1 \dot{\alpha}_y + k_1 l_1(y_1 + \alpha_x l_1) - k_2 l_2(y_1 - \alpha_x l_2) + c_1 l_1(\dot{y}_1 + \dot{\alpha}_x l_1) - c_2 l_2(\dot{y}_1 - \dot{\alpha}_x l_2) = F_y(l_2 - l_5) \\ &J_{d_1} \ddot{\alpha}_y - J_{p_1} \omega_1 \dot{\alpha}_x - k_1 l_1(x_1 - \alpha_y l_1) + k_2 l_2(x_1 + \alpha_y l_2) - c_1 l_1(\dot{x}_1 - \dot{\alpha}_y l_1) + c_2 l_2(\dot{x}_1 + \dot{\alpha}_y l_2) = -F_x(l_2 - l_5) \\ &m_2 \ddot{x}_2 + k_3(x_2 - \beta_y l_3) + c_3(\dot{x}_2 - \dot{\beta}_y l_3) = m_2 \omega_2^2 e_2 \cos(\omega_2 t) + F_x - m_2 g \\ &m_2 \ddot{y}_2 + k_3(y_2 + \beta_x l_3) + c_3(\dot{y}_2 + \dot{\beta}_x l_3) = m_2 \omega_2^2 e_2 \sin(\omega_2 t) + F_y \\ &J_{d_2} \ddot{\beta}_x + J_{p_2} \omega_2 \dot{\beta}_y + k_3 l_3(y_2 + \beta_x l_3) + c_3 l_3(\dot{y}_2 + \dot{\beta}_x l_3) = -F_y l_4 \\ &J_{d_2} \ddot{\beta}_y - J_{p_2} \omega_2 \dot{\beta}_x - k_3 l_3(x_2 - \beta_y l_3) - c_3 l_3(\dot{x}_2 - \dot{\beta}_y l_3) = F_x l_4 \end{aligned} \right. \quad (6)$$

取 $\Delta_0 = 1 \mu\text{m}$ 得无量纲参数: $\tau = \omega_1 t, X_1 = \frac{x_1}{\Delta_0}, X_2 = \frac{x_2}{\Delta_0}, Y_1 = \frac{y_1}{\Delta_0}, Y_2 = \frac{y_2}{\Delta_0}, A_x = \frac{l}{\Delta_0} \alpha_x, A_y = \frac{l}{\Delta_0} \alpha_y, B_x = \frac{l}{\Delta_0} \beta_x, B_y = \frac{l}{\Delta_0} \beta_y, E_1 = \frac{e_1}{\Delta_0}, E_2 = \frac{e_2}{\Delta_0}, \lambda = \frac{\omega_2}{\omega_1}, \gamma_1 = \frac{J_{p_1}}{J_{d_1}}, \gamma_2 = \frac{J_{p_2}}{J_{d_2}}, L_1 = \frac{l_1}{l}, L_2 = \frac{l_2}{l}, L_3 = \frac{l_3}{l}, L_4 = \frac{l_4}{l}, L_5 = \frac{l_5}{l},$

$C_1 = \frac{c_1}{m_1 \omega_1}, C_2 = \frac{c_2}{m_1 \omega_1}, C_3 = \frac{c_1 l_1 l}{J_{d_1} \omega_1}, C_4 = \frac{c_2 l_2 l}{J_{d_1} \omega_1}, C_5 = \frac{c_3}{m_2 \omega_1}, C_6 = \frac{c_3 l_3 l}{J_{d_2} \omega_1}, K_1 = \frac{k_1}{m_1 \omega_1^2}, K_2 = \frac{k_2}{m_1 \omega_1^2}, K_3 = \frac{k_1 l_1 l}{J_{d_1} \omega_1^2},$

$K_4 = \frac{k_2 l_2 l}{J_{d_1} \omega_1^2}, K_5 = \frac{k_3}{m_2 \omega_1^2}, K_6 = \frac{k_3 l_3 l}{J_{d_2} \omega_1^2}.$ 则可以将系统的振动方程(6)写为无量纲形式

$$\left\{ \begin{aligned} &X_1'' + K_1(X_1 - A_y L_1) + K_2(X_1 + A_y L_2) + C_1(X_1' - A_y' L_1) + C_2(X_1' + A_y' L_2) = E_1 \cos \tau - \frac{F_x}{m_1 \omega_1^2 \Delta_0} - \frac{g}{\omega_1^2 \Delta_0} \\ &Y_1'' + K_1(Y_1 + A_x L_1) + K_2(Y_1 - A_x L_2) + C_1(Y_1' + A_x' L_1) + C_2(Y_1' - A_x' L_2) = E_1 \sin \tau - \frac{F_y}{m_1 \omega_1^2 \Delta_0} \\ &A_y'' + \gamma_1 A_y' + K_3(Y_1 + A_x L_1) - K_4(Y_1 - A_x L_2) + C_3(Y_1' + A_x' L_1) - C_4(Y_1' - A_x' L_2) = \frac{F_y(l_2 - l_5)k}{J_{d_1} \omega_1^2 \Delta_0} \\ &A_y'' - \gamma_1 A_y' - K_3(X_1 - A_y L_1) + K_4(X_1 + A_y L_2) - C_3(X_1' - A_y' L_1) + C_4(X_1' + A_y' L_2) = -\frac{F_x(l_2 - l_5)l}{J_{d_1} \omega_1^2 \Delta_0} \\ &X_2'' + K_5(X_2 - B_y L_3) + C_5(X_2' - B_y' L_3) = \lambda^2 E_2 \cos(\lambda \tau) + \frac{F_x}{m_2 \omega_1^2 \Delta_0} - \frac{g}{\omega_1^2 \Delta_0} \\ &Y_2'' + K_5(Y_2 + B_x L_3) + C_5(Y_2' + B_x' L_3) = \lambda^2 E_2 \sin(\lambda \tau) + \frac{F_y}{m_2 \omega_1^2 \Delta_0} \\ &B_x'' + \lambda \gamma_2 B_x' + K_6(Y_2 + B_x L_3) + C_6(Y_2' + B_x' L_3) = -\frac{F_y l_4 l}{J_{d_2} \omega_1^2 \Delta_0} \\ &B_y'' - \lambda \gamma_2 B_y' - K_6(X_2 - B_y L_3) - C_6(X_2' - B_y' L_3) = \frac{F_x l_4 l}{J_{d_2} \omega_1^2 \Delta_0} \end{aligned} \right. \quad (7)$$

方程(7)中无量纲的方程组可以写成矩阵的形式

$$\mathbf{X}'' + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_l & \\ & \mathbf{K}_h \end{bmatrix} \mathbf{X} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_l & \\ & \mathbf{C}_h \end{bmatrix} \mathbf{X}' = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_l \\ \mathbf{F}_h \end{bmatrix} \quad (8)$$

式中

$$\mathbf{X} = [X_1 \quad Y_1 \quad A_x \quad A_y \quad X_2 \quad Y_2 \quad B_x \quad B_y]^T,$$

$$\mathbf{K}_l = \begin{bmatrix} K_1 + K & 0 & 0 & K_2 L_2 - K_1 L_1 \\ 0 & K_1 + K_2 & K_1 L_1 - K_2 L_2 & 0 \\ 0 & K_3 - K_4 & K_3 L_1 + K_4 L_2 & 0 \\ K_4 - K_3 & 0 & 0 & K_3 L_1 + K_4 L_2 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{K}_h = \begin{bmatrix} K_5 & 0 & 0 & -K_5 L_3 \\ 0 & K_5 & K_5 L_3 & 0 \\ 0 & K_6 & K_6 L_3 & 0 \\ -K_6 & 0 & 0 & K_6 L_3 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{C}_l = \begin{bmatrix} C_1 + C_2 & & C_2 L_2 - C_1 L_1 \\ & C_1 + C_2 & C_1 L_1 - C_2 L_2 \\ & C_3 - C_4 & C_3 L_1 + C_4 L_2 & \gamma_1 \\ C_4 - C_3 & & -\gamma_1 & C_3 L_1 + C_4 L_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}_h = \begin{bmatrix} C_5 & 0 & 0 & -C_5 L_3 \\ 0 & C_5 & C_5 L_3 & 0 \\ 0 & C_6 & C_6 L_3 & \lambda \gamma_2 \\ -C_6 & 0 & -\lambda \gamma_2 & C_6 L_3 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{F}_l = \begin{bmatrix} E_1 \cos \tau - \frac{F_x}{m_1 \omega_1^2 \Delta_0} - \frac{g}{\omega_1^2 \Delta_0} \\ E_1 \sin \tau - \frac{F_y}{m_1 \omega_1^2 \Delta_0} \\ \frac{F_y (l_2 - l_5) l}{J_{d1} \omega_1^2 \Delta_0} \\ -\frac{F_x (l_2 - l_5) l}{J_{d1} \omega_1^2 \Delta_0} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}_h = \begin{bmatrix} \lambda^2 E_2 \cos(\lambda \tau) + \frac{F_x}{m_2 \omega_1^2 \Delta_0} - \frac{g}{\omega_1^2 \Delta_0} \\ \lambda^2 E_2 \sin(\lambda \tau) + \frac{F_y}{m_2 \omega_1^2 \Delta_0} \\ -\frac{F_y l_4 l}{J_{d2} \omega_1^2 \Delta_0} \\ \frac{F_x l_4 l}{J_{d2} \omega_1^2 \Delta_0} \end{bmatrix}$$

1.2 中介轴承非线性传递力的简化建模

对中介轴承建立简化的动力学模型,如图 2 所示,模型中 r_i 为中介轴承内圈半径, r_o 为中介轴承外圈半径, θ_j 为中介轴承的第 j 个滚子在任意 t 时刻的瞬时角位置, N_b 表示中介轴承中圆柱滚子的个数, ω_c 为保持架转速。由中介轴承内、外圈与高、低压转子的连接关系,中介轴承内、外圈转速分别为 ω_1 和 ω_2 。

假设模型为理想的,轴承内、外圈转速分别与低、高压转子转速相同,且滚子在内圈和外圈之间

做纯滚动,则保持架转速为

$$\omega_c = \frac{\frac{\omega_1 r_i + \omega_2 r_o}{2}}{\frac{r_i + r_o}{2}} = \frac{\omega_1 r_i + \omega_2 r_o}{r_i + r_o} \tag{9}$$

第 j 个滚子在任意 t 时刻的瞬时角位置为

$$\theta_j = \omega_c t + \frac{2\pi}{N_b}(j-1), \quad (j = 1, 2, \dots, N_b) \tag{10}$$

假设系统发生小变形,令 x_i, y_i, x_o, y_o 分别表示中介轴承内圈水平位移分量、内圈坚直位移分量、外圈水平位移分量、外圈坚直位移分量, δ_o 表示轴承的径向游隙,则第 j 个滚子与轴承内外圈接触时的相对变形为

$$\delta_j = (x_i - x_o)\cos\theta_j + (y_i - y_o)\sin\theta_j - \delta_o, \tag{11}$$

$(j = 1, 2, \dots, N_b)$

将广义坐标代入式(7)得

$$\delta_j = \{ [x_1 + \theta_y(l_2 - l_5)] - (x_2 + \varphi_y l_4) \} \cos\theta_j + \{ [y_1 - \theta_x(l_2 - l_5)] - (y_2 - \varphi_x l_4) \} \sin\theta_j - \delta_o \tag{12}$$

$(j = 1, 2, \dots, N_b)$

用 Hertz 接触力表示第 j 个滚子受压时的弹性恢复力为

$$F_j = K_b \delta_j^{\gamma} H(\delta_j) \tag{13}$$

这里,
$$H(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}$$

在双转子—中介轴承系统中,中介轴承各个

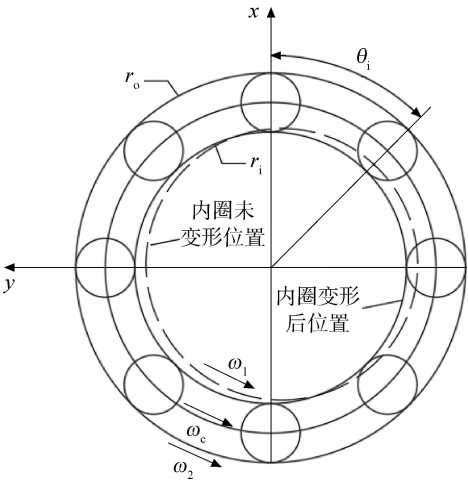


图 2 中介轴承简化模型
Fig. 2 Simplified model of inter-shaft bearing

滚子弹性恢复力在水平和竖直方向分力的合力构成中介轴承在水平和竖直方向的弹性恢复力,则中介轴承的非线性传递力可表示为

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \end{bmatrix} = K_b \sum_{j=1}^{N_b} \delta_j^n H(\delta_j) \begin{bmatrix} \cos \theta_j \\ \sin \theta_j \end{bmatrix} \quad (14)$$

其中 K_b 表示中介轴承的 Hertz 接触刚度, n 是与轴承类型相关的系数,双转子航空发动机的中介轴承一般选用圆柱滚子轴承,故在本文中取系数 $n = \frac{10}{9}$ 。

1.3 中介轴承局部缺陷建模

对于存在于中介轴承内圈的局部缺陷,为充分模拟滚子进入局部缺陷、处于局部缺陷、离开局部缺陷的过程,这里将缺陷假设一个倒置的近似等腰梯形凹槽,如图 3 所示。

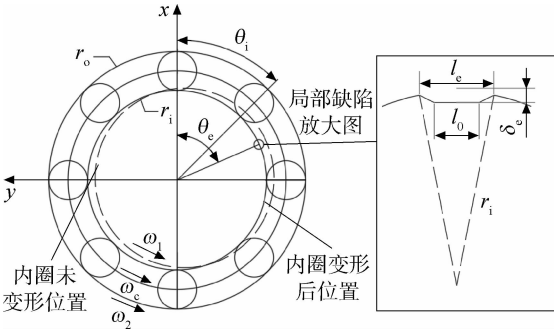


图 3 中介轴承局部缺陷简化模型

Fig. 3 Simplified model for local defects of inter-shaft bearing

其中 δ_e 为缺陷深度恒定处的深度, l_e 为缺陷的总跨度,这里假设深度恒定部分的跨度 $l_0 = 0.8 - l_e$,假设缺陷过渡部分(梯形腰处)随对应角度均匀变化。

由于轴承内外圈均在不断旋转中,局部缺陷的瞬时角位置可以写成关于时间 t 的函数形式,这里用参数 θ_e 来表示缺陷的瞬时角位置,则初始角位置为 φ 的局部缺陷在任意 t 时刻的角位置可表示为

$$\theta_e = \omega_1 t + \varphi \quad (15)$$

为了直接表示第 j 个滚子与局部缺陷的相对角位置关系,这里引入表示余数的函数 $\text{mod}(\cdot)$,则第 j 个滚子与局部缺陷的相对角位置差可表示为

$$\Delta \theta_j = \text{mod}(|\theta_j - \theta_e|, 2\pi), k = (1, 2, \dots, N_b) \quad (16)$$

这里可通过第 j 个滚子与局部缺陷的相对角

位置差与缺陷跨度所对应的角度进行比较,即可判断滚子是否进入缺陷及进入缺陷的恒定深度部分还是过渡部分。则在考虑局部缺陷影响的情况下,第 j 个滚子与内外圈产生的接触变形量可表示为

$$\delta_{j_d} = \begin{cases} \delta_j - \delta_e & \Delta \theta_j < \frac{l_0}{2r_i} \\ \delta_j - \frac{2\left(\frac{l_e}{2r_i} - \Delta \theta_j\right)r_i \delta_e}{l_e - l_0} & \frac{l_0}{2r_i} \leq \Delta \theta_j < \frac{l_e}{2r_i} \\ \delta_j & \Delta \theta_j \geq \frac{l_e}{2r_i} \end{cases} \quad (17)$$

由 Hertz 接触力与挠度的关系可知,此时第 j 个滚子的弹性恢复力为

$$F_j = K_b \delta_{j_d}^n H(\delta_{j_d}) \quad (18)$$

这里同样引入 $H(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}$,用以排除

无效项。则在含中介轴承局部缺陷的双转子系统中,中介轴承的弹性恢复力可表示为

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \end{bmatrix} = K_b \sum_{j=1}^{N_b} \delta_{j_d}^n H(\delta_{j_d}) \begin{bmatrix} \cos \theta_j \\ \sin \theta_j \end{bmatrix} \quad (19)$$

同样地, K_b 表示中介轴承的 Hertz 接触刚度,系数 $n = \frac{10}{9}$ 。将方程(19)代入式(8)中,即得到含中介轴承局部缺陷的双转子系统的无量纲化振动方程。

1.4 中介轴承内圈故障特征频率求解

当轴承的工作面,如轴承内圈、轴承外圈、滚子、保持架等,出现局部缺陷时,其他健康工作面与局部缺陷会发生周期性的碰撞冲击,这种冲击引起的振动会以一种特殊频率成分的形式在频谱图中出现,这些故障特征频率往往是故障诊断中确定故障出现及类型的重要依据,这里对中介轴承内圈故障特征频率进行求解。其中, f_b 表示高压转子转频, f_l 表示低压转子转频, f_c 表示中介轴承保持架转动角频率, f_r 表示保持架相对于中介轴承内圈转动的角频率, f_i 表示内圈故障特征频率。

由方程(9)已知保持架转速,则保持架的转动角频率为

$$f_c = \frac{f_l r_i + f_b r_o}{r_i + r_o} \quad (20)$$

保持架相对于内圈的角频率为

$$f_r = f_c - f_l = (f_h - f_l) \frac{r_o}{r_o + r_i} \quad (21)$$

对于圆柱滚子轴承的每一圈转动,保持架中每个滚子均会对局部缺陷产生一次冲击,那么对于滚子数为 N_b 的圆柱滚子轴承,内圈故障特征频率可表示为

$$f_i = N_b (f_h - f_l) \frac{r_o}{r_o + r_i} \quad (22)$$

在系统频谱图中,内圈故障特征频率会以单独的形式出现,如 f_i 、 $2f_i$,或以组合的形式出现,如 $2f_i - f_l$ 、 $4f_i - 2f_h$ 等,这些频率成分是本文判断分岔原因的重要依据。

2 含中介轴承局部缺陷双转子系统的组合共振特性

2.1 无故障双转子系统共振特性分析

本文采用文献[21]中的一组双转子航空发动机的结构参数,具体参数数值如下:

高、低压转子及支承参数

$m_1 = 97.37 \text{ kg}$, $m_2 = 108.30 \text{ kg}$, $J_{p1} = 3.6907 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, $J_{d1} = 1.8454 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, $J_{p2} = 4.0119 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, $J_{d2} = 2.0060 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, $k_1 = 6 \times 10^7 \text{ N/m}$, $k_2 = 6 \times 10^7 \text{ N/m}$, $k_3 = 6 \times 10^7 \text{ N/m}$, $c_1 = 655 \text{ N} \cdot \text{s/m}$, $c_2 = 655 \text{ N} \cdot \text{s/m}$, $c_3 = 655 \text{ N} \cdot \text{s/m}$, $l_1 = 0.9188 \text{ m}$, $l_2 = 1.1122 \text{ m}$, $l_3 = 0.5120 \text{ m}$, $l_4 = 0.6243 \text{ m}$, $l_5 = 0.0995 \text{ m}$, $e_1 = 1 \mu\text{m}$, $e_2 = 0.5 \mu\text{m}$ 。

中介轴承参数

$r_i = 58 \text{ mm}$, $r_o = 66 \text{ mm}$, $N_b = 8$, $K_b = 10^8 \text{ N/m}^{10/9}$, $\delta_0 = 1 \mu\text{m}$ 。

将以上参数代入方程(8),利用 4 阶 Runge-Kutta 法对系统的振动方程进行求解,以低压转子转速作为分岔参数,取转速比 $\lambda = 1.28$,由于高低压转子的分岔图趋势相似,这里只给出无故障双转子系统高压转子竖直位移响应随转速变化的分岔图,即“位移-转速”分岔图,如图 4 所示。

从图 4 可看出,无故障双转子系统分岔图中出现了两次响应幅值增大的现象,即出现了两次共振,分别对两个主共振标号 R_h 、 R_l 。而在非共振区域,无故障系统的振动规律性很强,没有出现分岔现象。无故障系统在非共振区域的振动响应基本相同,因此这里任取两个位置 R_2 、 R_3 ,给出 $\omega_{R_h} = 651 \text{ rad/s}$, $\omega_{R_l} = 835 \text{ rad/s}$, $\omega_{R_2} = 599 \text{ rad/s}$ 和 $\omega_{R_3} = 696 \text{ rad/s}$ 时的竖直时间历程、轴心轨迹图、庞加莱截面图和频谱图,如图 5~图 8 所示。

通过观察图 5、图 6 可发现,无故障系统在两

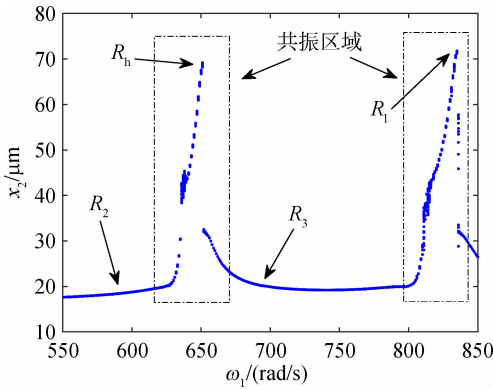


图 4 无故障双转子系统分岔图

Fig. 4 Bifurcation diagram of healthy dual-rotor system

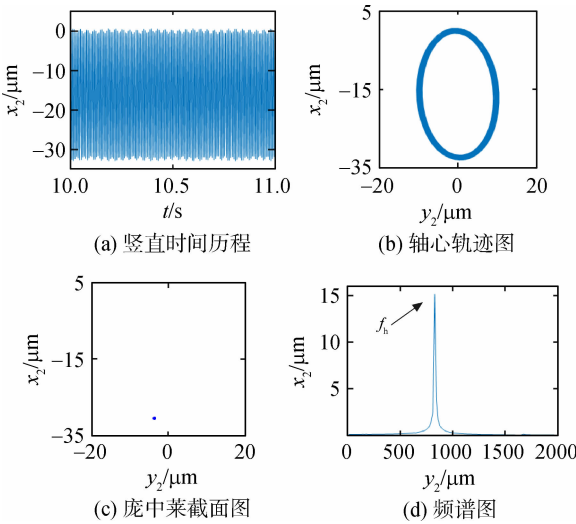


图 5 $\omega_{R_h} = 651 \text{ rad/s}$ 时,无故障系统的振动响应

Fig. 5 Vibration response of health system at $\omega_{R_h} = 651 \text{ rad/s}$

个共振区域的竖直响应信号均是近似的谐波信号;轴心轨迹均呈现为一个长轴沿纵向的椭圆形;庞加莱截面均是一个点,系统做单周期运动;对于第一个主共振,频谱图中只显含高压转子转速对应频率,可知第一个主共振是由高压转子偏心激励引起的;对于第二个主共振,频谱图中低压转子转速对应频率占主导,可知第二个主共振是由低压转子偏心激励引起的。

通过观察图 7、图 8 可发现,无故障系统在非共振区域的竖直响应信号均是近似的谐波信号;在对应转速较低的非共振区域,由于重力对纵向振动起抑制作用,轴心轨迹图呈现为一个长轴沿横向的椭圆形,而在对应转速较高的非共振区域,因重力对纵向振动起促进作用,轴心轨迹图呈现为一个长轴沿纵向的椭圆形;庞加莱截面图始终为一个点,系统做单周期运动;频谱图中只有高、

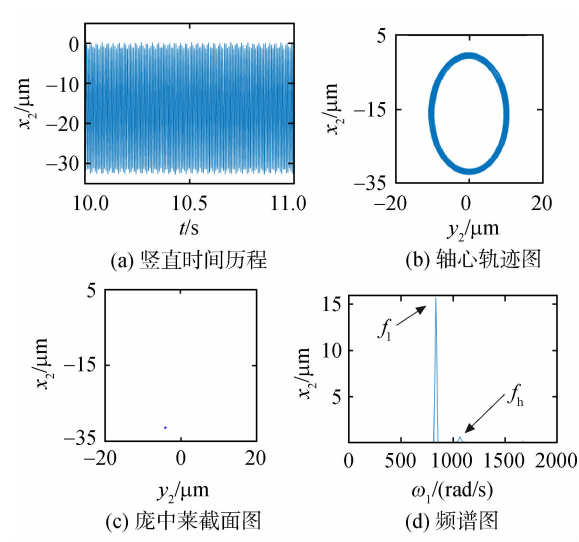


图 6 $\omega_{R_1}=835\text{ rad/s}$ 时,无故障系统的振动响应

Fig. 6 Vibration response of health system at $\omega_{R_1}=835\text{ rad/s}$

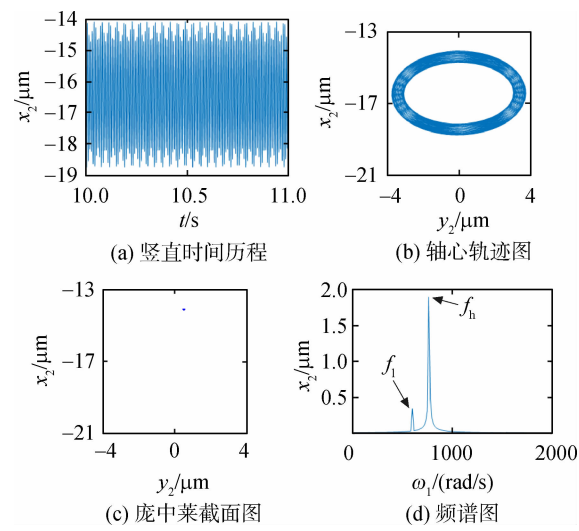


图 7 $\omega_{R_2}=599\text{ rad/s}$ 时,无故障系统的振动响应

Fig. 7 Vibration response of health system at $\omega_{R_2}=599\text{ rad/s}$

低压转子转速对应的频率成分,可知系统的振动是由高、低压转子的双频偏心激励引起的。

2.2 含中介轴承内圈局部缺陷的双转子系统组合共振特性分析

本文选取局部缺陷参数: $\delta_e=20\text{ }\mu\text{m}$, $l_e=20\text{ mm}$, $\varphi=0$ 。将中介轴承内圈局部缺陷嵌入系统绘制含中介轴承内圈局部缺陷的双转子系统的分岔图,如图 9 所示,并利用文献[20]中对双转子系统振动能量的表示方式绘制了含中介轴承内圈局部缺陷的双转子系统的幅频响应曲线,如图 10 所示。

由图 9 可发现,含中介轴承局部缺陷的系统

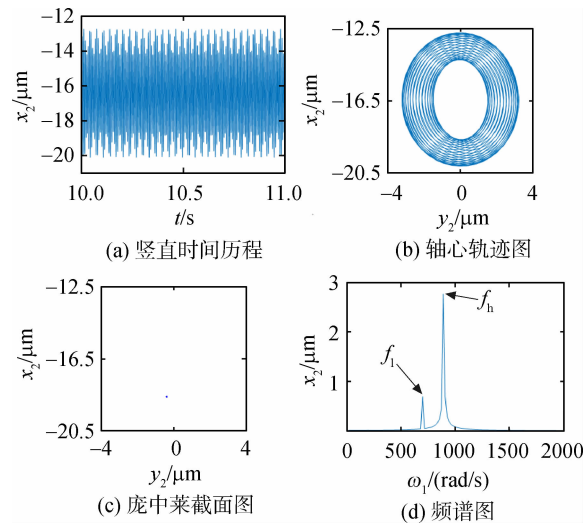


图 8 $\omega_{R_3}=696\text{ rad/s}$ 时,无故障系统的振动响应

Fig. 8 Vibration response of health system at $\omega_{R_3}=696\text{ rad/s}$

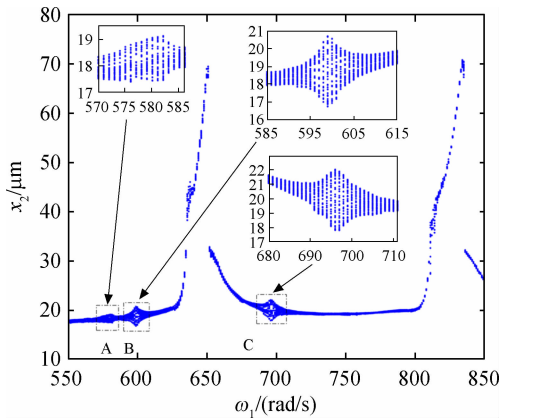


图 9 含中介轴承局部缺陷的系统分岔图及分岔区编号

Fig. 9 Bifurcation diagram of the system with a local defect of the inter-shaft bearing and the number of bifurcation area

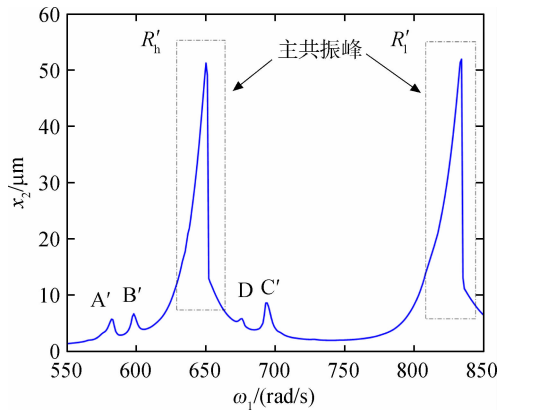


图 10 含中介轴承局部缺陷的系统幅频响应曲线

Fig. 10 Amplitude-frequency response curve of the system with a local defect of the inter-shaft bearing

分岔图中的两个主共振峰与健康系统基本一致,但与无故障系统不同的是,含中介轴承局部缺陷的系统还出现了三个新的分岔区域。在图 9 中对这三个分岔区域进行了局部放大,为便于对分岔区域的振动响应特性的演化过程进行讨论,对三个分岔区域分别编号 A、B、C,并用下标 1、2、3 分别表示每个分岔区域内分岔开始、分岔最大、分岔结束,对应转速分别为 $\omega_{A_1}=571\text{ rad/s}$, $\omega_{A_2}=582\text{ rad/s}$, $\omega_{A_3}=586\text{ rad/s}$, $\omega_{B_1}=587\text{ rad/s}$, $\omega_{B_2}=599\text{ rad/s}$, $\omega_{B_3}=614\text{ rad/s}$, $\omega_{C_1}=680\text{ rad/s}$, $\omega_{C_2}=696\text{ rad/s}$, $\omega_{C_3}=711\text{ rad/s}$ 。

由图 10 可发现,在含中介轴承内圈局部缺陷系统的幅频响应曲线上,会出现两个主共振峰 R'_h 、 R'_l , 峰值对应转速分别为 $\omega_{R'_h}=652\text{ rad/s}$ 、 $\omega_{R'_l}=834\text{ rad/s}$,这与健康系统及故障系统分岔图中的主共振峰值对应转速基本吻合。同时曲线上还会出现四个异常共振峰,分别标号 A'、B'、C'、D,峰值对应转速分别为 $\omega_{A'}=582\text{ rad/s}$ 、 $\omega_{B'}=598\text{ rad/s}$ 、 $\omega_{C'}=694\text{ rad/s}$ 、 $\omega_{D'}=676\text{ rad/s}$,其中异常共振峰 A'、B'、C' 峰值对应转速与分岔区 A、B、C 的分岔最大处对应转速基本吻合,而由于异常共振峰 D 的峰值过小,异常共振程度过小,系统在 ω_D 处并未出现分岔现象。

为讨论系统在各个分岔区域内的振动响应特性的演化过程,分别绘制在三个分岔区的各特征转速下故障系统的竖直时间历程、轴心轨迹图、庞加莱截面图和频谱图,如图 11~图 19 所示。

结合图 11、图 12、图 13 可发现,在 A 分岔区

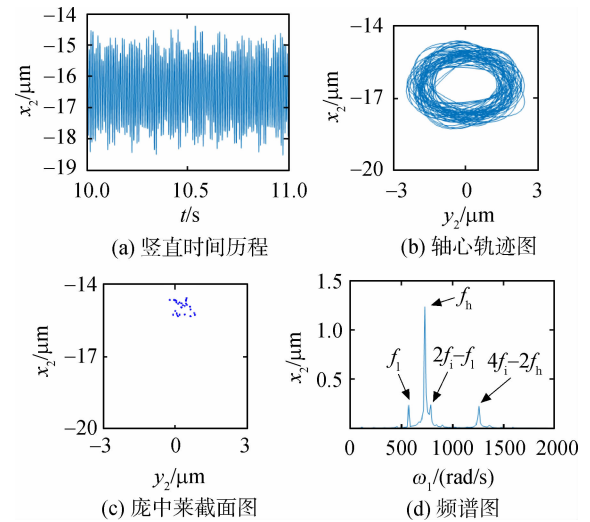


图 11 $\omega_{A1}=571\text{ rad/s}$ 时,故障系统的振动响应
Fig. 11 Vibration response of fault system at $\omega_{A1}=571\text{ rad/s}$

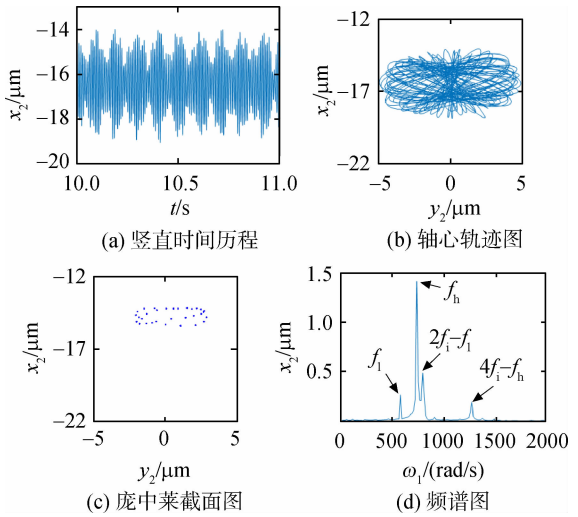


图 12 $\omega_{A2}=582\text{ rad/s}$ 时,故障系统的振动响应
Fig. 12 Vibration response of fault system at $\omega_{A2}=582\text{ rad/s}$

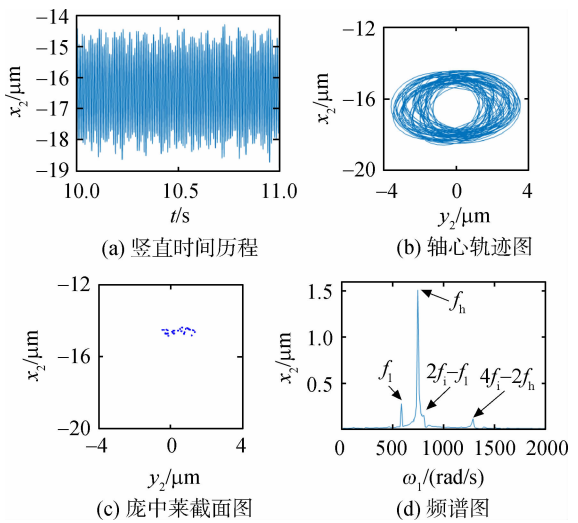


图 13 $\omega_{A3}=586\text{ rad/s}$ 时,故障系统的振动响应
Fig. 13 Vibration response of fault system at $\omega_{A3}=586\text{ rad/s}$

域内,随着转速的增大,竖直响应信号经历了非周期信号—近似拍振信号—非周期信号的变化;轴心轨迹图从一个长轴沿横向的近似的椭圆形变成了边界模糊且存在尖锐部分的椭圆面,接着又变回了近似椭圆形;庞加莱截面图从一条极小的闭合曲线变成了两条闭合曲线,又变成了一条短粗线段,在这段过程中,系统运动经历了从接近单周期的概周期运动—概周期运动—接近单周期的概周期运动的变化;在频谱图中,除了高、低压转速对应频率,还出现了与故障相关的组合频率,在这些故障组合频率中,随着转速的增大,故障组合频率成分 $2f_l-f_l$ 的幅值先增大再减小,与系统的

分岔趋势一致,而故障组合频率成分 $4f_i - 2f_h$ 的幅值一直减小,可推断 A 分岔区域是由内圈故障特征频率与低压转子转频组合的组合频率诱发的组合共振引起的,其中起主导作用的共振对应的组合频率成分是 $2f_i - f_1$ 。

结合图 14、图 15、图 16 可发现,在 B 分岔区域内,随着转速的增大,竖直响应信号经历了非周期信号—近似拍振信号—非周期信号的变化,其中拍振现象更加明显;轴心轨迹图从一个长轴沿横向的近似的椭圆形变成了边界清晰的圆面,接

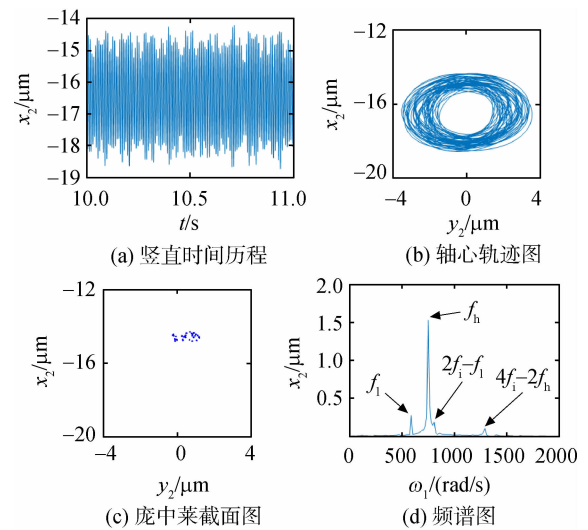


图 14 $\omega_{B_1} = 587 \text{ rad/s}$ 时,故障系统的振动响应
Fig. 14 Vibration response of fault system at $\omega_{B_1} = 587 \text{ rad/s}$

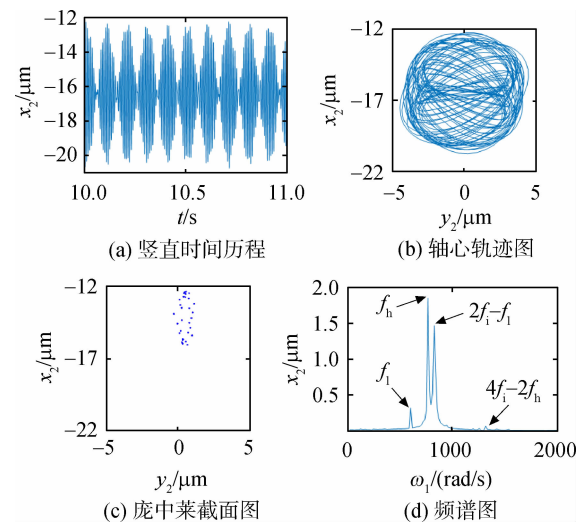


图 15 $\omega_{B_2} = 599 \text{ rad/s}$ 时,故障系统的振动响应
Fig. 15 Vibration response of fault system at $\omega_{B_2} = 599 \text{ rad/s}$

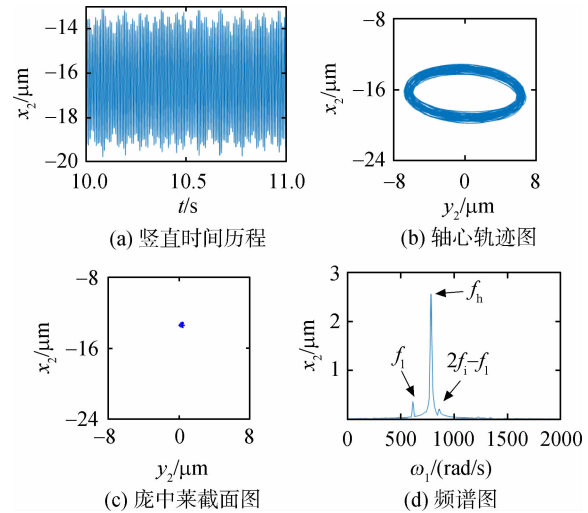


图 16 $\omega_{B_3} = 614 \text{ rad/s}$ 时,故障系统的振动响应
Fig. 16 Vibration response of fault system at $\omega_{B_3} = 614 \text{ rad/s}$

着变成了长轴沿横向的椭圆形;庞加莱截面图从一条短粗线段变成了一条扁平闭合曲线,接着变成了一个点,在这段过程中,系统运动经历了从接近单周期的概周期运动—概周期运动—单周期运动的变化;在频谱图中,除了高、低压转频对应频率,还出现了与故障相关的组合频率,在这些故障组合频率中,随着转速的增大,故障组合频率成分 $2f_i - f_1$ 的幅值先增大再减小,与系统的分岔趋势一致,而故障组合频率成分 $4f_i - 2f_h$ 的幅值一直减小至消失,可推断 B 分岔区域是由内圈故障特征频率与低压转子转频组合的组合频率诱发的组合共振引起的,其中起主导作用的共振对应的组合频率成分仍是 $2f_i - f_1$ 。

结合图 17、图 18、图 19 可发现,在 C 分岔区域内,随着转速的增大,竖直响应信号经历了近似谐波信号—近似拍振信号—近似谐波信号的变化,其中的拍振现象变得更加明显;轴心轨迹图从一个长轴沿纵向的近似的椭圆形变成了边界清晰的椭圆面,接着变成了一个长轴沿纵向的椭圆环;庞加莱截面图从一条极小的闭合曲线变成了一条明显的闭合曲线,接着又变回了一个极小的闭合曲线,在这段过程中,系统运动经历了从极接近单周期的概周期运动—概周期运动—极接近单周期的概周期运动的变化;在频谱图中,除了高、低压转频对应频率,还出现了内圈故障特征频率以及

与故障相关的组合频率,随着转速的增大,内圈故障特征频率 f_i 和故障组合频率成分 $3f_i - f_1$ 均从无逐渐增大,再减小至消失,与系统的分岔趋势一致,而在发生分岔的位置,内圈故障特征频率 f_i

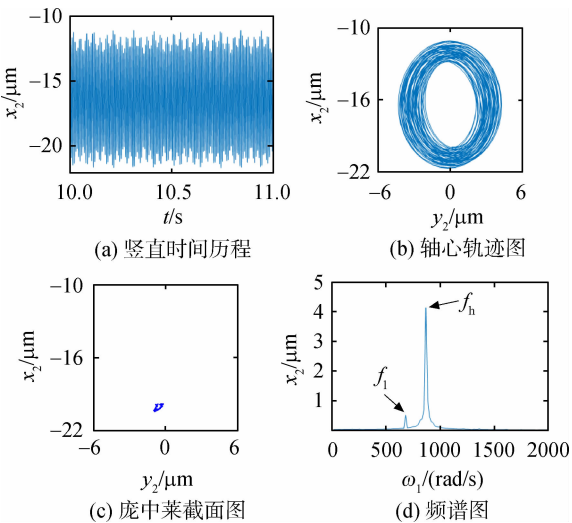


图 17 $\omega_{c_1} = 680 \text{ rad/s}$ 时,故障系统的振动响应
Fig. 17 Vibration response of fault system at $\omega_{c_1} = 680 \text{ rad/s}$

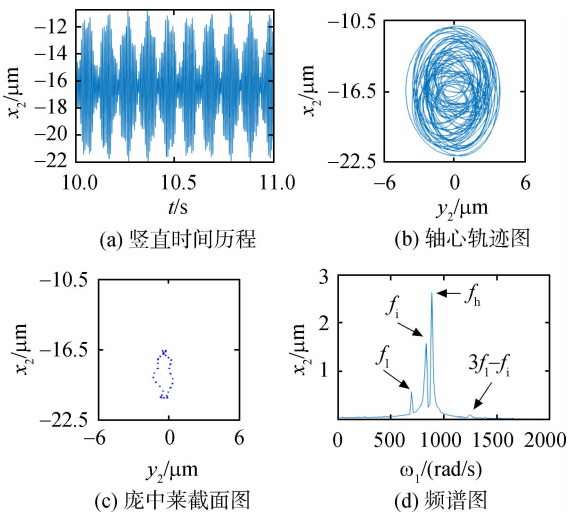


图 18 $\omega_{c_2} = 696 \text{ rad/s}$ 时,故障系统的振动响应
Fig. 18 Vibration response of fault system at $\omega_{c_2} = 696 \text{ rad/s}$

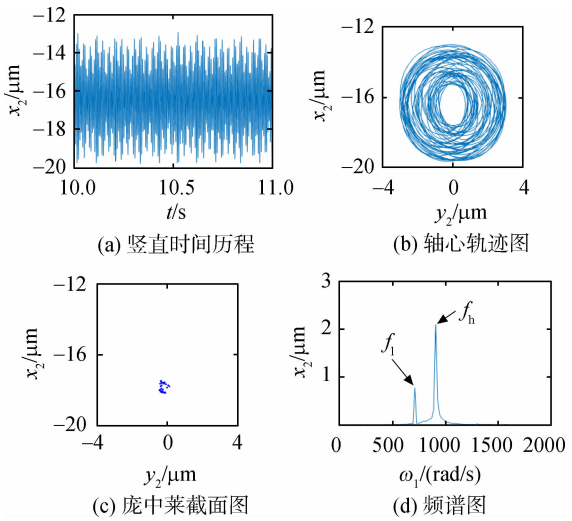


图 19 $\omega_{c_3} = 711 \text{ rad/s}$ 时,故障系统的振动响应
Fig. 19 Vibration response of fault system at $\omega_{c_3} = 711 \text{ rad/s}$

所占成分极大,而组合频率 $3f_1 - f_i$ 所占成分极小,可推断 C 分岔区域的分岔主要是由内圈故障共振引起的。

3 结 论

本文针对含中介轴承内圈局部缺陷的双转子系统进行动力学建模,得到系统的振动方程,并利用 4 阶 Runge-Kutta 法进行数值计算,以低压转子转速为分岔参数,对无故障双转子系统和含中介轴承局部缺陷的双转子系统的共振特性进行对比研究,并对故障系统中出现的组合共振特性着重分析,得到如下结论:

1) 相比于无故障系统,故障系统会在主共振区域以外的区域出现三个分岔区,其中第一个分岔主要是由于中介轴承内圈故障特征频率与低压转子转频组合的组合频率诱发的组合共振引起的,其主导组合频率为 $2f_i - f_1$,同时伴随着较显著的 $4f_i - 2f_h$ 组合频率成分;第二个分岔主要也是由于中介轴承内圈故障特征频率与低压转子转频组合的组合频率诱发的组合共振引起的,其主导组合频率也为 $2f_i - f_1$,但此时 $4f_i - 2f_h$ 组合频率成分不显著;第三个分岔主要是由于中介轴承内圈故障特征频率诱发的故障共振引起的,对应频率为 f_i 。

2) 在第一个分岔区域内,随着转速的增大,系统运动的演化过程为:接近单周期的概周期运动—概周期运动—接近单周期的概周期运动。在分岔区内幅值最大处,系统水平方向振动响应表现为近似拍振,轴心轨迹为长轴沿横向的椭圆面,且边界模糊并出现尖锐部分。

3) 在第二个分岔区域内,随着转速的增大,系统运动的演化过程为:接近单周期的概周期运动—概周期运动—单周期运动。在分岔区内幅值最大处,系统水平方向振动响应表现为近似拍振,且拍振现象比第一个分岔区的更明显,轴心轨迹为一个边界清晰的圆面。

4) 在第三个分岔区域内,随着转速的增大,系统运动的演化过程为:极接近单周期的概周期运动—概周期运动—极接近单周期的概周期运动。在分岔区内幅值最大处,系统水平方向振动响应表现为近似拍振,且拍振现象比第二个分岔区的更明显,轴心轨迹为一个长轴沿纵向的椭圆面。

本文的研究揭示了在中介轴承内圈出现局部缺陷的情况下,双转子系统的分岔特性以及各分

岔区域对应的非线性共振类型,初步阐释了中介轴承故障机理,对中介轴承故障诊断有一定的指导作用。

参考文献:

[1] 邓巍,廖明夫,马振国. 航空发动机中介轴承局部故障边带差值诊断法[J]. 机械科学与技术,2012,31(2):335-339.
DENG Wei, LIAO Mingfu, MA Zhenguo. Sideband difference diagnostics of local defects for aero-engine inter-shaft bearing[J]. Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering, 2012, 31(2): 335-339. (in Chinese)

[2] 孙传宗,陈予恕,侯磊. 复杂结构双转子系统的建模及模型缩减[J]. 航空动力学报,2017,32(7):1747-1753.
SUN Chuanzong, CHEN Yushu, HOU Lei. Modeling method and reduction of dual-rotor system with complicated structures[J]. Journal of Aerospace Power, 2017, 32(7): 1747-1753. (in Chinese)

[3] 路振勇,侯磊,孙传宗,等. 六点支承航空发动机双转子系统动力学离散模型[J]. 中国科学:技术科学,2016,46(11):1185-1192.
LU Zhenyong, HOU Lei, SUN Chuanzong, et al. Discrete dynamical model for the dual-rotor systems with six supports of the aero-engine[J]. Scientia Sinica Technologica, 2016, 46(11): 1185-1192. (in Chinese)

[4] 邓四二,滕弘飞,周彦伟,等. 滚动轴承-双转子系统动态性能分析[J]. 轴承,2014,4:1-4.
DENG Sier, TENG Hongfei, ZHOU Yanwei, et al. Analysis on dynamics performance of rolling bearing-double rotators system[J]. Bearing, 2014, 4: 1-4. (in Chinese)

[5] 罗贵火,胡绚,杨喜关. 反向旋转双转子系统非线性分析[J]. 振动工程学报,2009,22(3):268-273.
LUO Guihuo, HU Xuan, YANG Xiguan. Nonlinear dynamic performance analysis of counter-rotating dual-rotor system[J]. Journal of Vibration Engineering, 2009, 22(3): 268-273. (in Chinese)

[6] 赵明,魏德明,任平珍,等. 模态综合法计算双转子临界转速研究[J]. 燃气涡轮试验与研究,2003,16(3):38-49.
ZHAO Ming, WEI Deming, REN Pingzhen, et al. Study of twin-rotor critical speed by mode synthesis[J]. Gas Turbine Experiment and Research, 2003, 16(3): 38-49. (in Chinese)

[7] 陈果. 双转子航空发动机整机振动建模与分析[J]. 振动工程学报,2011,24(6):619-632.
CHEN Guo. Vibration modeling and analysis for dual-rotor aero-engine[J]. Journal of Vibration Engineering, 2011, 24(6): 619-632. (in Chinese)

[8] 缪辉,王克明,赵帅,等. 双转子-支承系统动力学特性的有限元分析[J]. 沈阳航空航天大学学报,2012,29(1):11-15.
MIAO Hui, WANG Keming, ZHAO Shuai, et al. Finite element analysis for dynamic characteristics of a dual-rotor-support system[J]. Journal of Shenyang Aerospace University, 2012, 29(1): 11-15. (in Chinese)

[9] 张大义,刘烨辉,梁智超,等. 航空发动机双转子系统临界转速求解方法[J]. 推进技术,2015,36(2):292-298.
ZHANG Dayi, LIU Yehui, LIANG Zhichao, et al. Prediction for critical speed of double spools system in aero engines[J]. Journal of Proplulsion Technology, 2015, 36(2): 292-298. (in Chinese)

[10] 廖明夫,于潇,王四季,等. 双转子系统的振动[J]. 机械科学与技术,2013,32(4):475-480.
LIAO Mingfu, YU Xiao, WANG Siji, et al. The vibration features of a twin spool rotor system[J]. Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering, 2013, 32(4): 475-480. (in Chinese)

[11] MCFADDEN P D, SMITH J D. Model for the vibration produced by a single point defect in a rolling element bearing[J]. Journal of Sound and Vibration, 1984, 96(1): 69-82.

[12] 徐可君,董芳华,秦海勤. 有局部缺陷的滚动体中介轴承动力学建模及仿真研究[J]. 振动与冲击,2016,35(2):104-109.
XU Kejun, DONG Fanghua, QIN Haiqin. Dynamics modeling and simulation on intershaft bearing with local defect rolling element[J]. Journal of Vibration and Shock, 2016, 35(2): 104-109. (in Chinese)

[13] 徐可君,董芳华,秦海勤. 内圈带缺陷中介轴承的动力学建模与振动响应分析[J]. 海军航空工程学院学报,2015,30(1):36-42.
XU Kejun, DONG Fanghua, QIN Haiqin. Dynamics model and vibration response analysis of defect iInner ring of intershaft bearing[J]. Journal of Naval Aeronautical and Astronautical University, 2015, 30(1): 36-42. (in Chinese)

[14] BRIE D. Modelling of the spalled rolling element bearing vibration signal an overview and some new results[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2000, 14(3): 353-369.

[15] PATIL M S, MATHEW J, RAJENDRAKUMAR P K, et al. A theoretical model to predict the effect of localized defect on vibrations associated with ball bearing[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2010, 52(9): 1193-1201.

[16] PATEL V N, TANDON N, PANDEY R K. A dynamic model for vibration studies of deep groove ball bearings considering single and multiple defects in races[J]. Journal of Tribology, 2010, 132(4): 041101. 1-041101. 10.

[17] 田晶,王志,张凤玲,等. 中介轴承外圈故障动力学建模及仿真分析[J]. 推进技术,2019,40(1):13-19.
TIAN Jing, WANG Zhi, ZHANG Fengling, et al. Dynamic modeling and simulation analysis on outer race fault of inter-shaft bearing[J]. Journal of Proplulsion Technology, 2019, 40(1): 13-19. (in Chinese)

[18] 田晶,艾延廷,赵明,等. 考虑弹流润滑影响的表面局部缺陷中介轴承动力学建模[J]. 振动与冲击 2019,38(5):80-86.
TIAN Jing, AI Yanting, ZHAO Ming, et al. Dynamic modeling for inter-shaft bearings with surface local defect considering elastohydro lubrication effects[J]. Journal of Vi-

bration and Shock,2019,38(5):13-19. (in Chinese)

[19] 孙明伟,张海兵,王海飞. 故障转子系统的动力学行为分析[J]. 中国制造业信息化,2012,41(7):50-54.

SUN Mingwei,ZHANG Haibing,WANG Haifei. Analysis on dynamics behaviour of the faults rotor system[J]. Machine Design and Manufacturing Engineering, 2012, 41(7):50-54. (in Chinese)

[20] GAO Peng,HOU Lei,YANG Rui,et al. Local defect modelling and nonlinear dynamic analysis for the inter-shaft bearing in a dual-rotor system[J]. Applied Mathematical Modelling,2019,68:29-47.

[21] 陈会征. 挤压油膜阻尼器-滚动轴承-转子系统非线性动力学研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学,2017.

CHEN Huizheng. Study on nonlinear dynamics of squeeze film damper-rolling bearing-rotor systems [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology,2017. (in Chinese)

(编辑:张 雪)